Эконометрическая модель содержит три уравнения, три эндогенные переменные (y) и три экзогенные переменные (x). В таблице задана матрица коэффициентов при переменных в структурной форме этой модели.

	y_1	y_2	y_3	x_1	x_2	x_3
I	-1	b_{12}	b_{13}	0	a_{12}	0
II	b_{21}	-1	0	0	a_{22}	a_{23}
III	b_{31}	0	-1	a_{31}	0	a_{33}

1. Запишите структурную форму модели.
2. Решите проблему идентификации для данной модели.
3. Исходя из приведенной формы модели уравнений

$$\begin{cases} y_1 = 3x_1 + 2x_2 - x_3 \\ y_2 = -4x_1 + 5x_2 + 10x_3 \\ y_3 = x_1 + 3x_2 + 2x_3 \end{cases}$$

рассчитайте, если это возможно, структурные коэффициенты третьего уравнения.

Решение.

1. В условиях данной задачи структурная форма модели имеет вид:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + a_{12}x_2 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ y_3 = b_{31}y_1 + a_{31}x_1 + a_{33}x_3 \end{cases}$$

2. В условиях задачи модель имеет три ($n = 3$) эндогенные переменные y_1, y_2, y_3 и три экзогенные переменные x_1, x_2 , x_3 переменные. Проверим каждое уравнение системы на необходимое (Н) и достаточное (Д) условие идентификации.

I уравнение.

Н: Эндогенные переменные - y_1, y_2, y_3 - $n_{yp} = 3$.

Отсутствующие экзогенные - $x_1, x_3 - p = 2$.

Необходимое условие: $n_{yp} = p + 1$ - выполнено.

Д: в первом уравнении отсутствуют x_1, x_3. Построим матрицу коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	x_1	x_3
II	0	a_{23}
III	a_{31}	a_{33}

$\Delta = 0 \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{23} \neq 0$ и $rankA = 2 \geq n - 1$.

Достаточное условие выполнено. Следовательно, первое уравнение точно идентифицировано.

II уравнение.

Н: Эндогенные переменные - y_1, y_2 - $n_{yp} = 2$.

Отсутствующие экзогенные - $x_1 - p = 1$.

Необходимое условие: $n_{ур} = p + 1$ - выполнено.

Д: во втором уравнении отсутствуют y_3, x_1. Построим матрицу коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_3	x_1
I	b_{13}	0
III	-1	a_{33}

$\Delta = b_{13} \cdot a_{33} - 0 \cdot (-1) \neq 0$ и $rankA = 2 \geq n - 1$.

Достаточное условие выполнено. Следовательно, второе уравнение точно идентифицировано.

III уравнение.

Н: Эндогенные переменные - y_1, y_3 - $n_{ур} = 2$.

Отсутствующие экзогенные - $x_2 - p = 1$.

Необходимое условие: $n_{ур} = p + 1$ - выполнено.

Д: в третьем уравнении отсутствуют y_2, x_2. Построим матрицу коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_2	x_2
I	b_{12}	a_{12}
II	-1	a_{22}

$\Delta = b_{12} \cdot a_{22} + 1 \cdot a_{12} \neq 0$ и $rankA = 2 \geq n - 1$.

Достаточное условие выполнено. Следовательно, третье уравнение точно идентифицировано.

Следовательно, исследуемая система точно идентифицируема и может быть решена косвенным методом наименьших квадратов.

3. Путем алгебраических преобразований перейдем от приведенной формы к уравнениям структурной формы, получая тем самым численные оценки структурных параметров.

   По условию требуется рассчитать структурные коэффициенты третьего уравнения. Правая часть третьего уравнения СФМ содержит эндогенную переменную y_1. Из первого уравнения ПФМ выразим x_2 (т.к. его нет в третьем уравнении СФМ)

$$x_2 = \frac{y_1 - 3x_1 + x_3}{2}$$

Данное выражение содержит переменные y_1, x_1, x_3, которые нужны для третьего уравнения СФМ. Подставим полученное выражение x_2 в третье уравнение ПФМ:

$$y_3 = x_1 + 3 \cdot \frac{y_1 - 3x_1 + x_3}{2} + 2x_3$$

Отсюда находим третье уравнение СФМ - $y_3 = 1{,}5y_1 - 3{,}5x_1 + 3{,}5x_3$.